

Eliminační metoda řešení lineárních soustav

Cvičení 1: Zapište maticí a vyřešte eliminací následující soustavu

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= 6 \\ -3x_1 + x_2 &= 2\end{aligned}$$

Znázorněte řešení (i každou eliminační úpravu) graficky jako průsečík přímek (řádkový pohled) a součet vektorů (sloupcový pohled).

Cvičení 2: Vyřešte eliminací následující soustavy, kde vektor pravých stran je pro všechny $(1, 0, 1)^T$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 & -3 & 6 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Cvičení 3: Vyřešte soustavu

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

kde vektor pravých stran je **a**) $(1, 1, 1)^T$, **b**) $(3, -1, 0)^T$ a **c**) $(2, 3, -1)^T$.

Cvičení 4: Vyřešte soustavu s vektorem pravých stran $(1, 1, 1, 1)^T$

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{pmatrix},$$

kde a je libovolné reálné číslo.

Cvičení 5: Vyřešte následující soustavy n rovnic o n neznámých, kde vektor pravých stran je vektor samých jedniček

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ -1 & \cdots & -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Domácí úkol

Cvičení 1(30 bodů): Naprogramujte ve svém oblíbeném programovacím jazyce Gausovu eliminaci. Váš program by měl nějak dostat zadanou širokou matici s n sloupci a m řádky. Na výstupu by měl vypsát tuto matici upravenou pomocí eliminačních úprav tak, aby prvních m sloupců tvořilo matici identity (Pokud to lze).

$$\begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \square & \square \\ 0 & 1 & 0 & \square & \square \\ 0 & 0 & 1 & \square & \square \end{pmatrix}$$

Pokud úlohu plánujete odevzdat osobně, tak můžete opravdu použít libovolný programovací jazyk a ukázt mi to na vašem počítači, nebo někdy po domluvě v labu. Pokud mi chcete své řešení poslat, tak mám lehké preference na Python, C, C++. Ale cokoli věříte, že zvládnou zkompilevat a spustit, tak můžete použít. (Kdyžtak mi s tou kompilací a spuštěním poradíte)

Ukázkový vstup a výstup je například:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Případné dotazy směřujte na email: radek@olsak.net

Řešení odevzdávejte přes: kam.mff.cuni.cz/owl

Pokud vám nepůjde odevzdat v sovičce (očekával bych, že musí být zazipované), můžete mi tento domácí úkol poslat mailem