

Operace s maticemi

Cvičení 1: Spočítejte $(-1)A + 2BC$, kde A, B, C jsou následující matice:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Cvičení 2: Vyřešte soustavy rovnic $Ax = b$ a proveďte zkoušku pomocí násobení matic:

a)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Cvičení 3: Vyjádřete elementární řádkové úpravy pomocí násobení matic. A co sloupcové?

Cvičení 4: Dokažte, anebo vyvráťte, zdali pro matice A, B, C a 0 stejného řádu a reálná čísla α, β platí:

a) $A + (B + C) = (A + B) + C$

b) $A + B = B + A$

c) $A + 0 = A$

d) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$

e) $\alpha(\beta A) = \beta(\alpha A)$

f) $A + (-1)A = 0$

g) $1A = A$

h) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$

i) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$

j) $\alpha A + \beta B = (\alpha + \beta)(A + B)$

k) $(A^T)^T = A$

l) $A^T A$ je symetrická

m) $(A + B)^T = A^T + B^T$

n) $(\alpha A)^T = \alpha(A^T)$

o) $AI_n = A$

Cvičení 5: Pro libovolnou nesymetrickou čtvercovou matici A zkonstruuje symetrickou matici B tak, že jejich součin nekomutuje, tj. $AB \neq BA$. Komutuje součin matic, pokud jsou obě matice symetrické?

Cvičení 6: Dokažte nebo vyvráťte:

a) Necht $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Pokud A je symetrická a komutuje s B , pak A komutuje s B^T .

b) Necht $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Pokud A komutuje s B , pak A komutuje s B^T .

Domácí úkol

Cvičení 1(5 bodů): Nalezněte matici A takovou, že

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 13 \\ 19 & 25 \end{pmatrix}$$

Cvičení 2(5 bodů): Dokažte, že pro všechny matice $A, B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ platí $A(B + C) = AB + AC$.

Cvičení 3(5 bodů): Doplněte chybějící řády matic namísto otazníků tak, aby následující výraz dával smysl (pokud je více možností, zvolte novou proměnnou):

$$E(AB + C) + D = F$$

- $A \in \mathbb{R}^{? \times k}$
- $B \in \mathbb{R}^{? \times ?}$
- $C \in \mathbb{R}^{? \times \ell}$
- $D \in \mathbb{R}^{n \times ?}$
- $E \in \mathbb{R}^{? \times m}$
- $F \in \mathbb{R}^{? \times ?}$