

Domácí úkol

Cvičení 1(5 bodů): Mějme permutace

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad q = (135)(24)(6).$$

Spočítejte $q \circ p$, $p \circ q$, p^{11} , p^{-1} , $\text{sgn}(p)$, $\text{sgn}(p^{11})$, $\text{sgn}(p^{-1})$.

Cvičení 2(5 bodů): Ukažte, že pro $n \geq 2$ je počet lichých a sudých permutací v S_n stejný.

Cvičení 3(5 bodů): V grupě $(G, \circ, {}^{-1}, e)$ ukažte, že

- $e^{-1} = e$.
- $(a^{-1})^{-1} = a$.
- $(a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}$.
- pokud $a \circ b = a$, tak $b = e$.

Cvičení 4(10 bodů): Rozhodněte zda je grupou

- (\mathbb{Q}, \cdot)
- $(\mathbb{Q}, -)$
- $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \circ)$, kde $a \circ b = |ab|$
- $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \circ)$, kde $a \circ b = a + b + 3$
- $(\mathcal{F}, +)$, kde \mathcal{F} je množina všech reálných funkcí jedné proměnné
- množina rotací v \mathbb{R}^2 kolem počátku s operací skládání zobrazení
- množina posunutí v \mathbb{R}^2 s operací skládání zobrazení
- množina $\left\{ \begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \right\}$ s operací maticovým součinem