

Konečná tělesa

Cvičení 1: Spočítejte

- 2^{2022} v \mathbb{Z}_7 .
- 3^{1999} v \mathbb{Z}_5 .
- $5^{5^{350}}$ v \mathbb{Z}_{13} .

Cvičení 2: Spočítejte

- 2^{-1} v \mathbb{Z}_{17} .
- 6^{-1} v \mathbb{Z}_7 .
- 13^{-1} v \mathbb{Z}_{17} .
- $5/2$ v \mathbb{Z}_7 .
- $4/3$ v \mathbb{Z}_{13} .
- $8/5$ v \mathbb{Z}_{17} .
- $13/6$ v \mathbb{Z}_{23} .

Cvičení 3: Nalezněte inverzní matici v \mathbb{Z}_5 k zadaným maticím pokud existují.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Cvičení 4: Řešte soustavy rovnic v \mathbb{Z}_7 a \mathbb{Z}_{13} :

$$\begin{array}{rcl} x + 2y = 4 & & x + 3y + 2z = 2 \\ x - 3y = 5 & & 2x + y + z = 7 \\ & & x + y + z = 1 \end{array}$$

Cvičení 5: Určete pro která prvočísla p jsou následující matice singulární v \mathbb{Z}_p ?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix},$$

Domácí úkol

Cvičení 1(9 bodů): Spočítejte k matici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

inverzní matici v

- \mathbb{Z}_7
- \mathbb{Z}_5
- \mathbb{Z}_{11}

Cvičení 2(9 bodů): Spočítejte 13^{-1} v

- \mathbb{Z}_{109}
- \mathbb{Z}_{79}
- \mathbb{Z}_{97}

Cvičení 3(9 bodů): Vyřešte soustavu rovnic

$$\begin{array}{rcl} x + 2z = 3 \\ 3x + y + 5z = 2 \\ x - 6z = 8 \end{array}$$

postupně v

- \mathbb{Z}_5
- \mathbb{Z}_{11}
- \mathbb{Z}_{13}